

Урок №91

Тема: Объем куба и прямоугольного параллелепипеда.

Срок сдачи работ до 11.02.2024

Теоретическая часть:

Как вы думаете, что больше занимает места – 1 кг ваты или 1 кг гвоздей? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно знать величину, которая называется объём. В данной задаче ответ очевиден, так как мы можем представить предметы визуально. Но не всегда ответ может быть таким простым. Чаще всего нужно произвести определённые вычисления.

Сегодня мы рассмотрим объём прямоугольного параллелепипеда и научимся его находить.

Объём можно измерить. Его измеряют в кубических миллиметрах, кубических сантиметрах, кубических метрах, литрах и т. д.

Найдём соотношение между единицами измерения объёма.

Так как $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$, то $1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$.

$1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3 = 1 \text{ л}$

$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$

$1 \text{ км}^3 = 1000000000 \text{ м}^3$

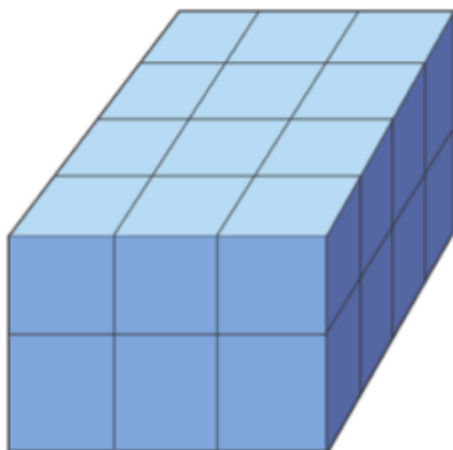
В древности в разных частях планеты люди по-разному измеряли объём. Например, в Древней Греции использовали глиняные мерные сосуды для зерна или жидкостей. Причём это были амфоры разного размера. Поэтому значение единицы объёма менялось от 2 до 26 литров.

На Руси основной мерой жидкостей считалось ведро, в котором 10 кружек или 12 литров. Также для подсчётов объём ведра делили пополам, то есть на два полуведра, которые, в свою очередь, тоже можно было поделить пополам. Для торговли с иностранцами использовали меру объёма, называемую бочка, которая равнялась 40 вёдрам.

Дадим определение единичного куба – это куб, ребро которого равно линейной единице. Его тоже принимают за единицу объёма.

Если прямоугольный параллелепипед можно разрезать на K единичных кубов, то говорят, что его объём V равен K кубическим единицам.

Например, на рисунке объём параллелепипеда равен 24 кубическим единицам.



$$V = 24 \text{ куб. единиц}$$

Введём формулу объёма прямоугольного параллелепипеда.

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений, то есть произведению длины, a , ширины b и высоты c , или произведению площади основания S на высоту c .

$$V = a \cdot b \cdot c = S \cdot c$$

Так как куб является прямоугольным параллелепипедом, у которого все измерения равны, то его объём равен третьей степени длины его ребра a .

$$V = a^3$$

Решим задачу.

Мальчик купил аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда, который имеет площадь дна, равную 1400 см^2 , и высоту 6 дм. Какой объём воды он налил в аквариум, если уровень жидкости не доходил до края 5 см? Выразите ответ в кубических сантиметрах.

Чтобы решить эту задачу переведём единицы измерения длины в сантиметры.

$$6 \text{ дм} = 60 \text{ см}$$

Получается, что высота аквариума равна 60 см. Но по условию задачи требуется определить объём налитой жидкости, а её высота соответствует разности между высотой аквариума и уровнем жидкости, не доходящей до края:

$$c = 60 \text{ см} - 5 \text{ см} = 55 \text{ см}$$

Получается, что высота жидкости в сосуде соответствует 55 см.

Теперь можно определить объём воды, которая налита в аквариум.

Для этого используем следующую формулу:

$$V = S \cdot c = 1400 \text{ см}^2 \cdot 55 \text{ см} = 77000 \text{ см}^3$$

Ответ: мальчик налил в аквариум 77000 см³ воды.

1. Что за величина объем?

- **Объем** – это положительная величина, одна из основных величин, связанных с геометрическими телами. Задача вычисления объема простейших тел, идущая от практических потребностей, была одним из стимулов развития геометрии. Математика Древнего Востока располагала рядом правил для вычисления объема тел, с которыми чаще всего приходилось встречаться на практике (призматические брусья, пирамиды полные и усеченные, цилиндры.

Чтобы найти объем, сначала выбирают единицу измерения. В Древнем Риме, например, одной из единиц объема служила амфора (около 25,5 л). Нефть во всем мире принято сейчас измерять в англо-американских единицах – баррелях, т.е в бочках ёмкостью 159 л. В России распространенная в быту мера объема – ведро.

2. Какую единицу принимают за единицу объема?

- В геометрии за единицу объема принимают объем куба с ребром единичной длины. Объем куба полностью определяется длиной ребра.

1 см³ – это куб с ребром 1 см,

1 м³ – это куб с ребром 1 м и т.д.

3. Назовите свойства объема

- Равные тела имеют равные объемы

- Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

- Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.

Следствие: объем куба с ребром $1/n$ равен $1/n^3$

Просмотреть видеофрагмент для закрепления полученных знаний

Теорема: Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.

$$V = abc$$

Следствие 1. Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению основания на высоту. $V = Sh$

Следствие 2. Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Дана прямоугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, угол A в основании является прямым.

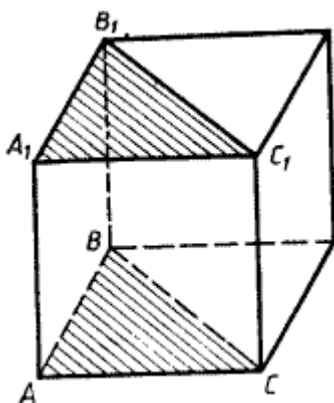


Рисунок 2

Достроим прямоугольную призму до прямоугольного параллелепипеда (смотрите чертеж). Прямоугольный параллелепипед состоит из двух прямоугольных призм, которые равны, так как имеют равные основания и высоты. Соответственно, площадь прямоугольника равна двум площадям прямоугольных треугольников ABC $S_{\text{осн}} = 2S_{ABC}$. Следовательно, объем

прямоугольной призмы равен половине объема прямоугольного параллелепипеда (при умножении $\frac{1}{2}$ на 2 получается единица) или произведению основания прямоугольного треугольника на высоту.

$$V = \frac{1}{2} (2S_{ABC} \cdot h) = S_{ABC} \cdot h$$

Домашнее задание:

1. Составить конспект по предложенному материалу
2. Разобрать решение задач из презентации и записать их решение в тетрадь